

بررسی وجود نظم شبه تناوبی در ساختار هندسی پتکانه

صاحب محمدیان منصور^۱، سینا فرامرزی^۲

^۱دانشجوی دکتری معماری، دانشکده معماری و شهرسازی دانشگاه شهید بهشتی و مربی دانشکده هنر و معماری دانشگاه بوعلی سینای همدان، ایران.

^۲دانشجوی کارشناسی ارشد معماری، دانشکده هنر و معماری، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

(تاریخ دریافت مقاله: ۹۱/۱۲/۱۹، تاریخ پذیرش نهایی: ۹۲/۴/۸)

چکیده

نظم شبه تناوبی با اینکه در دنیای غرب بسیار نوظهور است، اما تسلط معماران ایرانی دوره تیموری بر نظم شبه تناوبی ده محوری، مورد قبول جامعه علمی جهان است. در این مقاله قصد داریم تا با بررسی وجود نظم شبه تناوبی هشت محوری در ساختار هندسی پتکانه، این موضوع را اثبات نماییم که معماران ایرانی علاوه بر شناخت نظم شبه تناوبی ده محوری، بر اصول نظم شبه تناوبی هشت محوری نیز مسلط بوده اند. لذا سوال اصلی این پژوهش این است که: آیا پتکانه دارای نظم شبه تناوبی هشت محوری است؟ در این راستا، در سه سطح، به بررسی وجود نظم شبه تناوبی در ساختار پتکانه پرداخته شده است. در بررسی های صورت گرفته به این نتیجه رسیدیم که اولاً؛ پتکانه در هسته مرکزی، دارای نظم شبه تناوبی است، لذا می توان ادعا نمود که معماران ایرانی از دوره ایلخانی (و نه تیموری) با نظم شبه تناوبی آشنایی داشته اند، ثانیاً؛ در توسعه و گسترش پتکانه، معماران ایرانی توانسته اند، با ایجاد ابداعاتی خلاقانه در ساختار هندسی آن، این ساختار هشت محوری را در زمینه های چهارمحوری منطبق نمایند که این موضوع گویای تلفیق یک نظام هندسی منطبق بر ساختار طبیعت با نظام هندسی عملکردی پلان معماری است.

واژه های کلیدی

هندسه، نظم شبه تناوبی، نظم شبه تناوبی هشت محوری، پتکانه، مقرنس.

مقدمه

است چرا که حاصل توسعه و تکامل سکنج‌های ایرانی است. محققینی نظیر بزنوال، نخستین کاربرد سکنج را در کاخ سروستان و آن را مادر تمام گوشه سازی‌های بناهای اسلامی می‌دانند و لذا در صورت احیا می‌تواند هویت‌مند و هویت‌ساز باشد. یکی دیگر از ابعاد مهم پتکانه، قابلیت خودایستایی آن است که باعث شده بتواند فراتر از نقش تزئیناتی در معماری ایفای نقش نماید. ویژگی حائز اهمیت دیگر، انطباق ساختار هندسی پتکانه با ساختار هندسی شبه بلورها و به عبارتی دیگر، انطباق آن با هندسه خرد مقیاس طبیعت (شبه بلورها) است. از طرفی باید این نکته را نیز خاطر نشان ساخت که، تمامی مطالعاتی که تاکنون در خصوص هندسه شبه تناوبی در غرب انجام شده در حوزه هندسه مسطحاتی و دو بعدی است اما پتکانه دارای ساختار سه بعدی و فضاکار است و لذا باید گفت در حالی که دنیای معاصر غرب هنوز در حال مطالعه هندسه دو بعدی شبه تناوبی است، معماران ایرانی از دوره ایلخانی با هندسه سه بعدی و فضاکار شبه تناوبی آشنایی داشته‌اند.

نظم شبه تناوبی، گونه‌ای از انتظام هندسی در عالم هستی است که در ساختار خرد مقیاس شبه بلورها قابل شناسایی است. این نظم اولین بار در سال ۱۹۷۳ در حوزه ریاضیات توسط راجر پنروز مطرح شد؛ سپس در سال ۱۹۸۴ در شبه بلورها کشف شد و بدین ترتیب می‌توان گفت این علم در حوزه ریاضیات، شیمی و فیزیک موضوعیت دارد. مقاله‌ای که پروفیسور جیمز لو و همکارانش در سال ۲۰۰۷ در مجله ساینس به چاپ رساندند، مشخص نمود که ایرانیان از دوره تیموری با نظم شبه تناوبی ده محوری آشنایی داشته‌اند و از آن در ساختار شاه گره‌های دوره‌های تیموری و بعد از آن استفاده نموده‌اند. در این مقاله به دنبال اثبات وجود نظم شبه تناوبی هشت محوری در عنصری دیگر از معماری ایرانی، یعنی مقرنس‌ها و پتکانه‌ها هستیم. با اثبات وجود این نظم در واقع ثابت خواهد شد که ایرانیان از دوره ایلخانی با این نظم هندسی آشنایی داشته‌اند. پتکانه عنصری برآمده از تاریخ و فرهنگ ایرانی- اسلامی

۱- بررسی ادبیات تحقیق

۶ محور تقارن دارند، ممکن است و تصور می‌کردند که با اشکالی که ۵، ۸، ۱۰ و ۱۲ محور تقارن دارند نمی‌توان سطوح را پوشش داد (Steurer, 2004, 392).

در علم شیمی نیز تا قبل از سال ۱۹۸۴ محققان بیان می‌کردند که در مواد بلوری یا منظم، مبنای انتظام ماده به صورت تناوبی است. تمامی بلورها طبق قانون محدودیت بلور دارای دو شرط اساسی هستند:

- اجزا با تقارن انتقالی فضا را پر کنند یعنی نظم تناوبی دارند.
- تعداد محور تقارن در ساختار بلور ۲، ۳، ۴ و ۶ عدد می‌باشد (Bamberg et al, 2003, 202-209).

در سال ۱۹۷۳ راجر پنروز گونه‌ای از کاشیکاری را با دو کاشی لوزی شکل ارائه داد که می‌توانست سطح را بدون تقارن انتقالی پوشش دهد. این کاشیکاری بعدها به نام کاشیکاری پنروز نامگذاری شد. در این کاشیکاری تقارن ۵ محوری است و به صورت شعاعی توزیع شده است.

چنانکه گفتیم در نظم تناوبی امکان استفاده از فرم‌هایی با ۵، ۸، ۱۰ و ۱۲ محور تقارن وجود ندارد، اما در کاشیکاری پنروز می‌توان چپ‌نشی از ۱۰ ضلعی‌ها را روی آن منطبق کرد که کل سطح پوشش داده شود (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۱، ۷۵). دانیل ششتمن نیز نخستین بار در ۱۹۸۴ در یک آلیاژ، ساختاری کاملاً منظم را کشف کرد که در آن فضا با تقارن دورانی و با ۱۰ محور تقارن پر شده بود (Shechtman and Blech, 1984, 1951D). کشف او به تغییر نگاه در علم شیمی منجر شد و در ۲۰۱۱

در بررسی ادبیات تحقیق، به دو موضوع به طور مجزا پرداخته شده است. موضوع اول در باب نظم شبه تناوبی است که اساساً در ایران موضوعی کمتر شناخته شده است و موضوع دوم در خصوص پتکانه و ویژگی‌های هندسی آن می‌باشد.

۱-۱- نظم شبه تناوبی

در خصوص نظم شبه تناوبی، علی رغم اشراف ایرانیان از قدیم‌الایام با این موضوع، در دوره حاضر در ایران مطالعات خاصی در این زمینه صورت نگرفته است و تمامی تحقیقات صورت گرفته در خارج از ایران و عموماً توسط محققان علوم ریاضی، فیزیک و شیمی انجام شده است. لذا در ادامه به جهت آشنایی بیشتر با این حوزه در علم مطالبی را عنوان می‌نماییم. به طور کلی می‌توان گفت که تاکنون بشر توانسته است برای پوشش دادن سطوح، دو روش نظم تناوبی و نظم شبه تناوبی را مطرح نماید. در نظم تناوبی، اساس کار مبتنی بر تقارن انتقالی است. تقارن انتقالی از تکرار یک عنصر به صورت متناوب و انتقالی به وجود می‌آید.

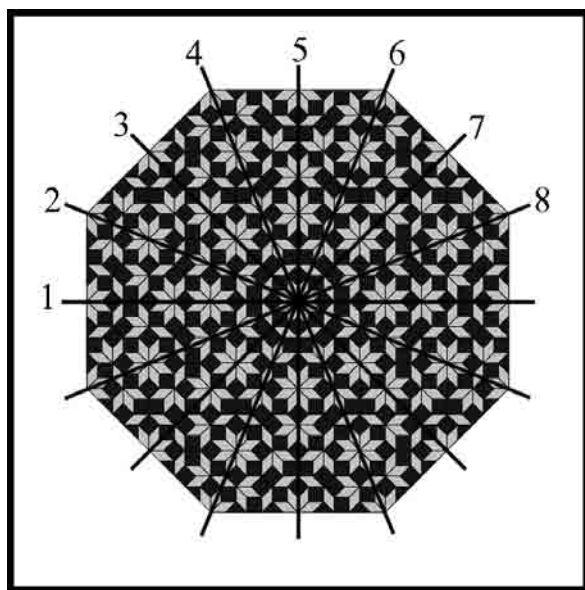
اشکالی که با تقارن انتقالی می‌توانند سطوح را پوشش دهند عبارتند از: لوزی (۲ محور تقارن)، مستطیل (۲ محور تقارن)، مثلث (۳ محور تقارن)، مربع (۴ محور تقارن) و شش ضلعی (۶ محور تقارن) (محمدیان منصور و فرامرزی، ۱۳۹۱، ۷۴).

ریاضیدانان در دنیای غرب تا قبل از دهه ۱۹۷۰ چنین می‌پنداشتند که پوشاندن سطح فقط با اشکالی که ۲، ۳، ۴ و

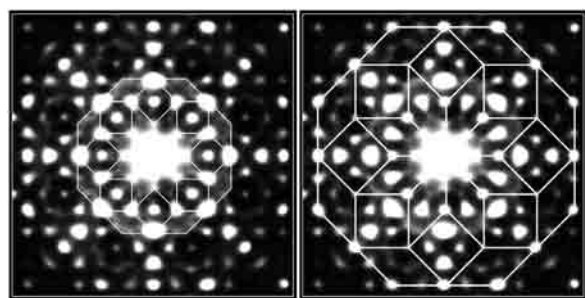
به این ترتیب که در اتصال دو واحد تکرار به یکدیگر، جهت پیکان‌ها باید برهم منطبق باشد (Baake et al, 2002, 7) (تصویر ۳).

در تصویر ۳، بر مبنای روش تطبیقی واحدهای تکرار این چیدمان جهت دار شده‌اند و بر مبنای این جهت‌ها هسته مرکزی چیدمان انتظام یافته است.

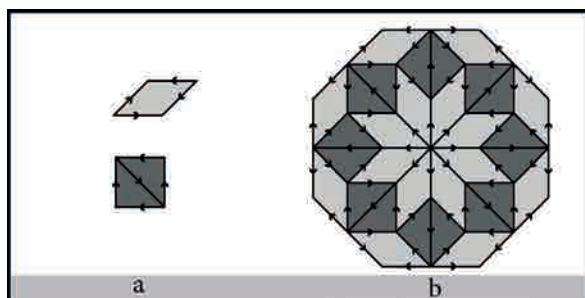
با استفاده از روش تطبیقی هم می‌توان الگوهای تناوبی و هم شبه‌تناوبی ایجاد نمود. به عبارتی دیگر هر چیدمان شبه‌تناوبی می‌بایست از اصول تطبیقی تبعیت نماید اما هر چیدمانی که بر مبنای روش تطبیقی سازمان دهی شده باشد، لزوماً شبه‌تناوبی نیست.



تصویر ۱- قسمت مرکزی شبکه هشت محوری آمان- بینکر.
ماخذ: (<http://tilings.math.uni-bielefeld.de>)



تصویر ۲- انطباق قسمت مرکزی چیدمان هشت محوری آمان- بینکر در دو مقیاس با تصویر پراش پراگ آلیاژ Cr-Ni-Si.
ماخذ: (Wang et al, 1987, 1010)



تصویر ۳- هسته مرکزی چیدمان آمان- بینکر بر اساس روش تطبیقی.

جایزه‌ی نوبل را دریافت نمود. این مواد جدید شبه بلور نامیده شدند. شبه بلورها دسته‌ای جدید از مواد منظم بوده و به طور اساسی دارای دو ویژگی می‌باشند:

- اجزا فاقد تقارن انتقالی هستند و نظم شبه تناوبی دارند.

- تعداد محورهای تقارن آنها می‌تواند ۵، ۸، ۱۰ و ۱۲ محوری باشد (Steinhardt and Ostlund, 1987, 1-15).

از ۱۹۸۴ تاکنون صدها شبه‌بلور گزارش شده و اگرچه بیشتر در آلیاژها این ساختار دیده شده، اما در پلیمرها، ترکیبات آلی و حتی نمونه‌هایی در سنگ رودخانه‌ای هم کشف شده است (Bindi, 2009, 1306-1309).

از آنجایی که یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های نظم شبه تناوبی همانطور که گفتیم فقدان تقارن انتقالی است، پس نحوه گسترش و تکثیر این انتظام قدری پیچیده می‌باشد، چرا که دیگر با یک واحد که قرار است بی‌نهایت تکرار شود مواجه نیستیم لذا در ادامه جهت آشنایی با نحوه شکل‌گیری و روش‌های ایجاد نظم شبه تناوبی مطالبی را مطرح می‌نماییم.

۱-۱-۱- روش‌های توسعه نظم شبه تناوبی

روش‌هایی که تاکنون برای ایجاد و توسعه نظم شبه تناوبی پیشنهاد شده عبارتند از: روش تطبیقی، روش ترادویی خودمتمشابه، روش همپوشانی خوشه‌ای، روش تصویرکردن و روش شبکه دوگانه^۲ (Jeong, 2003, 1). از بین این پنج روش، سه روش اول را به دلیل شناخت بیشتر در این مقاله مورد بررسی قرار می‌دهیم. همانطور که گفته شد در نظام شبه تناوبی تعداد محورهای تقارن ۵، ۸، ۱۰ یا ۱۲ محوری می‌باشد. بسیاری از مطالعات انجام شده در زمینه هندسه شبه تناوبی در خصوص شبکه‌های ۱۰ محوری انجام شده‌اند، اما از آنجایی که پتکانه‌ها دارای نظم ۸ محوری هستند، در ادامه جهت ارائه مثال برای توضیح انواع روش‌های ایجاد نظم شبه تناوبی، از الگوی هشت محوری شبکه دوبعدی آمان- بینکر^۳ که یکی از شناخته شده‌ترین چیدمان‌های ۸ محوری است و همچنین دارای انطباق با ساختارهای شبه‌بلوری است، استفاده می‌نماییم (تصویر ۱). در چیدمان آمان- بینکر، دو واحد تکرار قابل تشخیص است، این دو واحد تکرار عبارتند از، یک مربع و یک لوزی ۴۵ درجه (تصویر ۳ a). شبه بلورهای هشت محوری اولین بار در سال ۱۹۸۷ توسط نین وانگ^۵ شناخته شدند. از جمله شبه بلورهای هشت محوری که تاکنون کشف شده‌اند می‌توان به Cr-Ni-Si، V-Ni-Si، Mn-Si-Al و Mn-Fe-Si اشاره کرد. در تصویر ۲، انطباق قسمت مرکزی چیدمان هشت محوری آمان- بینکر در دو مقیاس با تصویر پراش پراگ آلیاژ Cr-Ni-Si نشان داده شده است.

روش تطبیقی

در روش تطبیقی، اساس کار بدین ترتیب است که روی اضلاع واحدهای تکرار، جهت‌هایی به شکل پیکان تعریف می‌شود که این جهت‌ها نحوه اتصال واحدهای پایه را به یکدیگر تعیین می‌کنند،

روش ترادیسی خودمتشابه

دیرینه دارد و از آن تحت عنوان شاه گره یاد می شود (رییس زاده و مفید، ۱۳۷۴، ۱۵۹).

ضریب انبساط در شاهگره‌ها ضرایبی از عدد طلایی ϕ می باشد. به عنوان مثال در شاهگره حاشیه دیواره جانبی ایوان غربی مسجد جامع اصفهان و در مقبره درب امام اصفهان، ضریب انبساط برابر $2\phi^2$ و در شاه گره مسجد وکیل برابر $2\phi^2$ می باشد. با استفاده از روش ترادیسی خود متشابه چیدمان‌هایی کاملاً شبه تناوبی تولید می‌گردد و لذا می‌توان گفت این روش توسعه یافته روش تطبیقی است.

روش همپوشانی خوشه‌ای

این روش در سال‌های اخیر توجه زیادی را به خود معطوف نموده است (Liao et al, 2009, 876). همانطور که گفتیم، از طریق در کنار هم قرارگرفتن یک واحد تکرار ۲، ۳، ۴ یا ۶ محوری، نظم تناوبی شکل می‌گیرد، حال چنانچه واحد تکرار ۵، ۸، ۱۰ یا ۱۲ ضلعی باشد دیگر امکان پوشش دادن سطح از طریق در کنار هم قرار گرفتن واحدهای تکرار وجود ندارد، در چنین شرایطی می‌بایست واحدهای تکرار باهم تداخل داشته باشند، در این صورت به آن شبه واحد تکرار یا خوشه^۱ گفته می‌شود. ریاضی دان آلمانی پترا گاملت^۲ در سال ۱۹۹۶ شبه واحد تکراری ده ضلعی را برای چیدمان‌های ده ضلعی پیشنهاد نموده است (Jeong, 2003, 3). فرانز گالر^۳ نیز برای چیدمان آمان - بیکر شبه واحد تکراری را به صورت دو خوشه ارائه کرده است (Gahler, 1995, 2) (تصویر ۶، a, b). گالر در توسعه روش خود، خوشه دیگری را نیز ارائه می‌کند که به تنهایی می‌تواند چیدمان آمان - بینکر را تشکیل دهد. این خوشه همان هشت ضلعی متشکل از دو مربع و چهار لوزی است که البته با پیکان‌هایی جهت دار شده است (تصویر ۶، c).

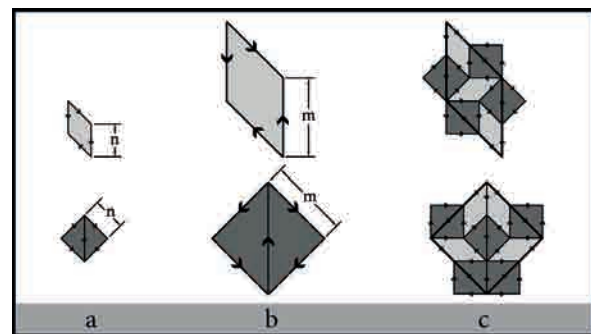
شبه واحد تکرار با واحدهای مجاور می‌تواند به صورت متداخل و یا مماس قرار بگیرد. برای تداخل شبه واحد تکرار با واحد مجاور فقط تعداد محدودی حالت همپوشانی ممکن است (Liao, Fu 2008, 36). در تداخل‌ها، فصل مشترک می‌تواند یک واحد و یا بیشتر باشد اما پیکان‌ها می‌بایست هم جهت باشند. با استفاده از روش همپوشانی خوشه‌ای می‌توان چیدمان آمان - بینکر را به راحتی انتظام بخشید.

۱-۲- پتکانه^۱

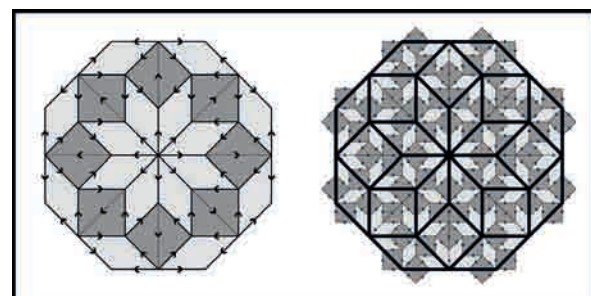
استاد پیرنیا پتکانه را بدین صورت تعریف نموده است، «پتکانه به چند ردیف طاقچه می‌گویند که روی هم سوار شده و جلو آمده باشد» (پیرنیا، ۱۳۷۰، ۳۸). براساس این تعریف، چنین به نظر می‌رسد که پتکانه گونه‌ای از مقرنس است و لذا به نظر می‌رسد که در ابتدا می‌بایست که در خصوص مقرنس توضیحاتی ارائه گردد. قدیمی‌ترین نوشتاری که در آن به صورت منسجم به ارائه توضیحاتی در باب مقرنس پرداخته شده است، متعلق به غیاث‌الدین جمشید کاشانی در کتاب مفتاح الحساب، مقاله چهارم، باب نهم می‌باشد. در این رساله مبحثی در خصوص

برای انتظام بخشیدن به چیدمانی بر مبنای روش ترادیسی خودمتشابه، سه فاکتور؛ واحدهای تکرار، ضریب انبساط و ماتریس جانشینی لازم است.

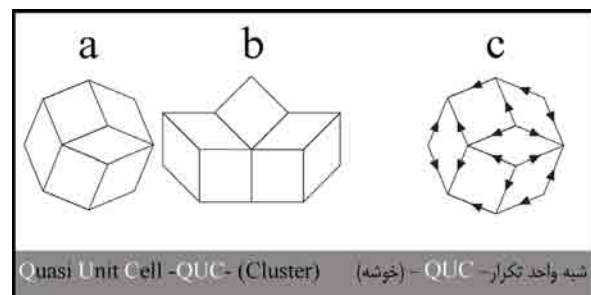
در چیدمان آمان - بینکر، واحدهای تکرار چنانچه گفتیم عبارتند از؛ یک مربع و یک لوزی ۴۵ درجه (تصویر ۴، a)، ضریب انبساط عددی گنگ است که میزان بزرگنمایی واحد‌های پایه را نشان می‌دهد. در چیدمان پنروز، ضریب انبساط برابر با عدد طلایی ϕ و در چیدمان آمان - بینکر برابر با $1 + \sqrt{5}$ می‌باشد (تصویر ۴). چنانچه طول اضلاع واحد تکرار در ضریب انبساط ضرب شود، واحد تکرار در مقیاسی بزرگ‌تر پدید می‌آید (تصویر ۴، b). نحوه خرد شدن این واحد تکرار در مقیاس بزرگ‌تر، به واحدهایی با مقیاس اصلی را ماتریس جانشینی می‌نامند (تصویر ۴، c). با استفاده از این سه عامل می‌توان چیدمان را تا هر اندازه که بخواهیم به شیوه شبه تناوبی گسترش دهیم (تصویر ۵). این روش در هندسه گره چینی در معماری ایرانی سابقه



تصویر ۴- a- تصویر واحد تکرار، b- گسترش واحد تکرار و c- ماتریس جانشینی.
 $m/n = 1 + \sqrt{5}$



تصویر ۵- گسترش هسته مرکزی چیدمان آمان - بینکر بر اساس روش ترادیسی خودمتشابه.



تصویر ۶- خوشه‌های ارائه شده توسط گالر برای چیدمان هشت محوری آمان - بینکر. ماخذ: (Liao et al, 2009, 876).

این روش مشابه با روش تطبیقی است و بر مبنای استفاده از پیکان‌هایی برای نشان دادن جهت‌گیری قوس‌ها تدوین شده است. روش هارمسن دارای دو مرحله به قرار ذیل می‌باشد (Hoeven, veen, 2010, 12).

مرحله اول عبارتست از: جهت دهی به قوس‌ها براساس پنج قانونی که توسط هارمسن ارائه شده است.

نکته جالب توجهی که در مقایسه پیکان‌های استفاده شده در روش هارمسن و پیکان‌های روش تطبیقی وجود دارد اینست که: جهت‌گیری پیکان‌ها در روش تطبیقی، کاملاً قراردادی است و به دلیل جلوگیری از ایجاد اتصال غلط، قرار داده شده‌اند. اما جهت‌های واحدهای تکرار در پیکانه قراردادی نیستند و بر مبنای جهت قوس‌ها قرار گرفته‌اند و ممکن نیست بتوان دو واحد تکرار ناجور را در کنار هم قرار دهیم.

بعد از اینکه بر مبنای پنج قانون هارمسن جهت‌گیری قوس‌ها مشخص شد، خواهیم دید که هنوز هم امکان تفسیرهای مختلف سه بعدی از طرح پلان وجود دارد، هارمسن نیز این تفسیرهای مختلف را در رساله دکتری خود بررسی نموده است (Harmsen, 2006, 36). مرحله دوم، عبارتست از: تعیین ارتفاع از بالاترین سطح به طرف

آرایه ای نیز وجود دارد) و ثانیاً هندسه آن در پلان متشکل از مربع و لوزی‌های ۴۵ درجه می‌باشد. به نظر می‌رسد که سبک رایج مقرنس تا دوره ایلخانی همین چیزی است که ما در این نوشتار آن را به تبعیت از استاد پیرنیا پتکانه نامیدیم.

قدیمی‌ترین سند به جای مانده از گذشته که می‌تواند اطلاعاتی در خصوص روش رسم و هندسه پتکانه برای ما به همراه داشته باشد، قطعه خشتی است که در کاوش‌های تخت سلیمان در تکاب کشف شده است (تصویر ۸ a). این قطعه خشت پلان یک ربع پتکانه می‌باشد که گویا در بنای دوره ایلخانی موجود در تخت سلیمان اجرا شده بوده است، در همان مکان قطعاتی از اجزای یک پتکانه نیز کشف شده است (تصویر ۸ - c, d). تاکنون مقالات متعددی در خصوص کشف و ارائه ساختار سه بعدی این پتکانه ارائه شده است که از آن میان می‌توان به مقاله اولریش هارب، محمدعلی جلال یفانی (ترجمه شده توسط دکتر باقر آیت الله زاده شیرازی) و سیلویا هارمسن اشاره کرد.

عدم وجود اتفاق نظر در مورد ساختار سه بعدی این پتکانه، نشان از وجود ناخوانایی پلان این پتکانه، برای محققین امروزی است. برای رفع این مشکل، معماران سنتی معاصر و پژوهشگران، راهکارهایی ارائه داده‌اند که در ادامه به ارائه این راهکارها خواهیم پرداخت.

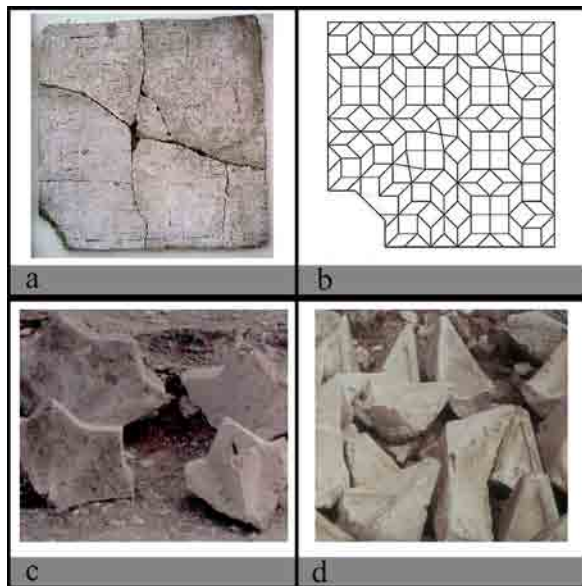
۱-۲-۱- شناخت ساختار هندسی واحدهای تکرار پتکانه

به طور کلی در تصویر پلان یک پتکانه، دو واحد تکرار مربع و لوزی قابل تشخیص است، اما این دو واحد تکرار هرکدام از نظر فرم سه بعدی می‌توانند چند حالت مختلف داشته باشند. همانطور که گفتیم چنانچه پتکانه به شکل تصویر ۸ - b ترسیم شود، تشخیص اینکه فرم سه بعدی هر واحد تکرار، و به تبع آن کلیت پتکانه چگونه است، بسیار مشکل خواهد شد و می‌توان آن را به بیش از یک حالت تفسیر کرد. برای تشخیص فرم سه بعدی واحد تکرار در تصویر پلان، دو روش مطرح شده است که در ادامه این دو روش را به اختصار بیان می‌کنیم.

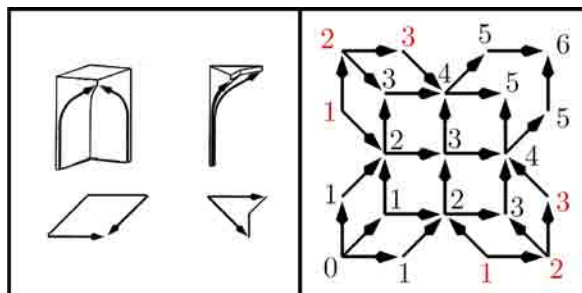
روش اول: این روش که بر مبنای خط قطار تعریف می‌شود، نزد معماران سنتی مرسوم است. واحدهای تکرار در بیشتر حالاتشان دارای دو طبقه هستند. در وسط این دو طبقه تراز افقی شکل می‌گیرد که به آن خط قطار گفته می‌شود. در این روش برای درک صحیح سه بعدی، خط قطار را در پلان پتکانه با ضخامت بیشتر ترسیم می‌نمایند (جدول ۱ و ۲).

خطوط قطار در پلان یک پتکانه بر ما روشن می‌سازد که تمام نقاط قرار گرفته روی یک خط قطار در یک تراز ارتفاعی یکسان قرار دارند. معماران گذشته با توجه به شناختی که به هندسه پتکانه‌ها داشته‌اند، با نگاه کردن به محل خط قطار در پتکانه‌ها می‌توانستند سه بعدی آن را تشخیص دهند، اما شاید بتوان گفت برای درک ساده تر پلان یک پتکانه، خط قطار به تنهایی گویا نیست. مخصوصاً زمانی که در تصویر پلان واحدهای تکرار در کنار هم قرار گرفته‌اند.

روش دوم: این روش توسط دکتر سیلویا هارمسن ارائه شده و تحت عنوان مقرنس گراف» نیز نامگذاری شده است. اساس



تصویر ۸ - a - قطعه خشت یافت شده در تخت سلیمان b - ترسیم پلان از روی قطعه خشت یافت شده c (Hoeven, veen, 2010, 14) و d قطعات مقرنس یافت شده در تخت سلیمان. ماخذ: (Harmsen, 2006, 4)



تصویر ۹ - جهت‌گیری و تعیین ارتفاع به روش مقرنس گراف. ماخذ: (Harmsen, 2006, 4)

قطار و همچنین شناخت انواع مختلف واحدهای پایه در جداول ۲ و ۱ به طبقه بندی این واحدها پرداخته ایم.



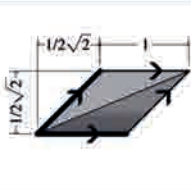


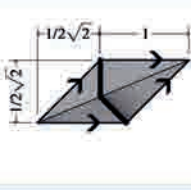


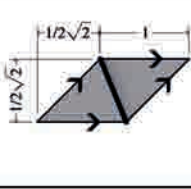


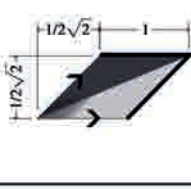
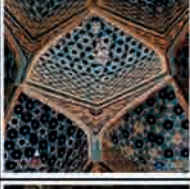

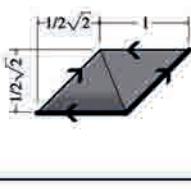


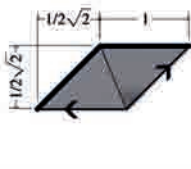
۲- بررسی وجود نظم شبه تناوبی در ساختار پتکانه

برای اثبات وجود نظم شبه تناوبی در ساختار پتکانه قصد داریم تا در سه سطح به بررسی این موضوع بپردازیم. سطح اول برخورداری از واحدهای تکرار، مشابه با ساختار نظم شبه تناوبی هشت محوری است سطح دوم، وجود نظم شبه تناوبی در هسته مرکزی و سطح سوم نیز توسعه و گسترش پتکانه براساس اصول نظم شبه تناوبی می باشد. در صورت وجود سطح اول و دوم



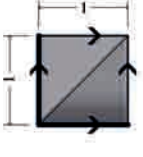


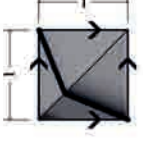


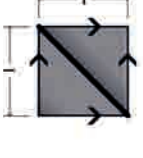
پایین ترین سطح. این مرحله از بروز تفسیرهای مختلف جلوگیری می نماید بدین ترتیب که به بالاترین طبقه عدد ۱ را نسبت می دهیم و بعد از پیمودن خلاف جهت هر یال، به هر راسی که رسیدیم عدد ۱-۱ را نسبت می دهیم، بدین ترتیب نقاط هم ارتفاع مشخص می شوند. در روش هارمسن چنانچه اعداد یکسان را به هم متصل نماییم در واقع همان خطوط قطار تشکیل می شوند. در این نوشتار به جهت سهولت ادراک سه بعدی از تصویر پلان یک پتکانه، از تلفیق هر دوروش با یکدیگر استفاده نموده ایم.

در یک واحد تکرار لوزی یا مربع، محل خط قطار می تواند حالت های مختلفی داشته باشد که این محل های متفاوت بستگی به عواملی نظیر؛ خود ایستایی، آویز بودن و یا دوره تاریخی است. به منظور آشنایی با انواع حالت های قرارگیری خط

جدول ۱- طبقه بندی انواع حالت های واحد تکرار لوزی و نمایش محل خط قطار در آنها به همراه تصویر سه بعدی، نمونه واقعی و تعدادی از مکان هایی که واحد تکرار مزبور در آنها اجرا شده است.

تعدادی از مکانهای اجرا شده	تاریخ ساخت	تصویر نمونه واقعی	تصویر سه بعدی	واحد تکرار- لوزی R -Rhombus
گلپایگان- مسجد جامع- گنبدخانه	۵۰۸ ه. ق			
نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- اتاق مقبره نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- سر در ورودی تربت جام- محراب مسجد کرمانی بسطام- آرامگاه بایزید بسطامی- سر در جنوب شرقی بسطام- آرامگاه بایزید بسطامی- ایوان غارن خان ورامین- مسجد جامع- ایوان جنوبی	قرن هشتم ۷۱۶ ه. ق ۷۳۰ ه. ق ۷۱۳ ه. ق ۷۱۷ ه. ق قرن هشتم			
اشترجان- مسجد جامع- گنبد خانه اشترجان- مسجد جامع- سر در ورودی	۷۱۵ ه. ق ۷۱۵ ه. ق			
نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- اتاق مقبره ورامین- مسجد جامع- ایوان جنوبی اشترجان- مسجد جامع- گنبد خانه	قرن هشتم قرن هشتم ۷۱۵ ه. ق			
نطنز- مقبره شیخ عبدالصمد- سر در ورودی ابرقو- مسجد جامع ورامین- مسجد جامع- سر در ورودی کرمان- مسجد جامع- هشتی ورودی گلپایگان- مسجد جامع- گنبد خانه اشترجان- مسجد جامع- گنبد خانه	۷۱۶ ه. ق ۷۳۸ ه. ق ۷۲۲ ه. ق ۷۵۰ ه. ق ۵۰۸ ه. ق ۷۱۵ ه. ق			
ورامین- مسجد جامع- ایوان جنوبی بسطام- آرامگاه بایزید بسطامی- ایوان غارن خان	قرن هشتم ۷۱۷ ه. ق			

جدول ۲- طبقه بندی انواع حالت‌های واحد تکرار مربع و نمایش محل خط قطار در آنها به همراه تصویر سه بعدی، نمونه واقعی و تعدادی از مکان‌هایی که واحد تکرار مزبور در آنها اجرا شده است.

تعدادی از مکانهای اجراء شده	تاریخ ساخت	تصویر نمونه واقعی	تصویر سه بعدی	واحد تکرار-مربع S -Square
کسرامن - مسجد جامع - هشتی ورودی گلپایگان - مسجد جامع - گنبدخانه نظنز - مقبره شیخ عبدالصمد - اتاق مقبره ورامین - مسجد جامع - ایوان جنوبی	۷۵۰ ه. ق. ۵۰۸ ه. ق. قرن هشتم قرن هشتم			
بسطام - آرامگاه بایزید بسطامی - سر در جنوب شرقی نظنز - مقبره شیخ عبدالصمد - سر در ورودی نظنز - مقبره شیخ عبدالصمد - اتاق مقبره ترت جام - محراب مسجد کرمانی بسطام - آرامگاه بایزید بسطامی - ایوان غازان خان ورامین - مسجد جامع - سر در ورودی ورامین - مسجد جامع - ایوان جنوبی	۷۱۳ ه. ق. ۷۱۶ ه. ق. قرن هشتم ۷۳۰ ه. ق. ۷۱۷ ه. ق. ۷۲۲ ه. ق. قرن هشتم			
فربومد - مسجد جامع - ایوان جنوبی طوس - هارونیه - قسمتی از بدنه داخلی گنبدخانه	قرن هشتم قرن هشتم			

مختصری نیز وجود دارد که در ادامه به بررسی علل آن می‌پردازیم. واحدهای تکرار R_1 ، S_1 و R_2 چنانکه در تصویر ۱۱ دیده می‌شود، به شکل کاملاً مشابهی با چیدمان آمان - بینکر قرار گرفته‌اند. استفاده از طبقه فوقانی واحدهای پایه S_p در حاشیه پیرامونی نیز به دلیل انطباق با زمینه مربع شکل پتکانه می‌باشد. اما دلیل استفاده از دو واحد S_p که در تصویر ۱۱، به صورت تیره‌تر نمایش داده شده‌اند چیست؟ و چرا از همان واحد تکرار S_1 استفاده نشده است؟

برای درک علت این موضوع می‌توان دو امکان مختلف را بررسی و مقایسه نمود. امکان اول، استفاده از واحد تکرار S_p (مشابه با مسجد جامع گلپایگان) و امکان دوم استفاده از واحد تکرار S_1 . در تصویر ۱۱ این دو امکان مختلف، در پلان و تصویر سه بعدی مقایسه شده‌اند. این مقایسه روشن می‌سازد که در صورت استفاده از واحد تکرار S_p چنانکه در تصویر ۱۱، نشان داده شده، قوس‌ها در نما کاملاً پله پله‌ای و دارای ریتم و توازن هستند اما در صورت استفاده از واحد تکرار S_1 چنانکه در تصویر ۱۱، نشان داده شده، قوس‌ها دارای نمایی ناموزون هستند. پس می‌توان گفت استفاده از واحد تکرار S_p نه اتفاقی است و نه به دلیل عدم تسلط بر ساختار هندسی، بلکه کاملاً تعمدی و به جهت ارتقای کیفیت بصری آن است.

تا اینجا می‌توان گفت که بین هسته مرکزی چیدمان‌های شبه تناوبی هشت محوری و ساختار هندسی آلیاژهای شبه بلوری و هسته مرکزی پتکانه شباهت کاملی وجود دارد.

۲-۳- بررسی سطح سوم تشابه

در این مرحله به بررسی نمونه موردی دیگری می‌پردازیم تا مسئله نحوه گسترش و رشد پتکانه بعد از محدوده هسته مرکزی روشن شود. برای این منظور، پتکانه موجود در محراب مسجد

تشابه، مسئله وجود نظم شبه تناوبی هشت محوری در پتکانه آشکار خواهد شد و مطرح کردن سطح سوم در واقع برای روشن شدن نحوه رشد و گسترش پتکانه‌ها خارج از هسته مرکزی است.

۲-۱- بررسی سطح اول تشابه

با مقایسه ساختار هندسی واحدهای تکرار پتکانه (جدول ۱ و ۲)، با واحدهای تکرار چیدمان‌های هشت محوری (تصویر ۳، a) مشخص است که پتکانه از واحدهای تکرار مشابه با اصول نظم شبه تناوبی هشت محوری برخوردار است و لذا سطح اول مشابهت برقرار می‌باشد.

۲-۲- بررسی سطح دوم تشابه

در بررسی سطح دوم تشابه همانطور که گفتیم قصد داریم تا موضوع وجود شباهت در هسته مرکزی چیدمان‌های شبه تناوبی هشت محوری را با هسته مرکزی پتکانه مورد بررسی قرار دهیم. برای این منظور از بین چندین پتکانه که با هسته مرکزی چیدمان‌های هشت محوری شباهت دارند^{۱۵}، پتکانه‌های کار شده در داخل گوشه‌سازی‌های مسجد جامع گلپایگان را به دلیل برخورداری از اجزای بسیار متکامل، به عنوان نمونه موردی برگزیدیم. گنبد خانه مسجد جامع گلپایگان در زمان محمد بن ملک‌شاه سلجوقی (در حدود ۴۹۸-۵۱۲ ه. ق) ساخته شده است (حاجی قاسمی، ۱۳۸۳، ۸۸). در داخل سکنج‌های زیر گنبد، پتکانه‌هایی وجود دارد، که به تحلیل هندسی یکی از آنها می‌پردازیم (تصویر ۱۰).

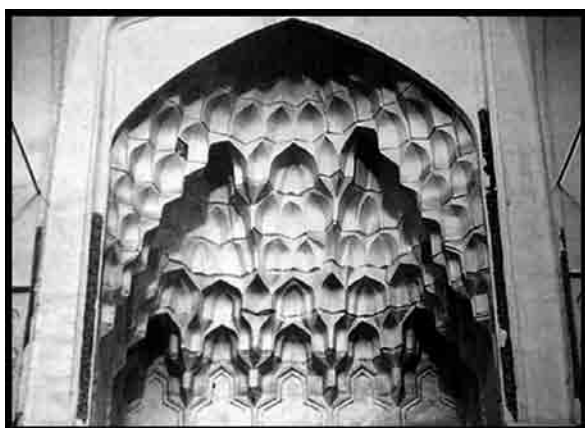
چنانچه در تصویر ۱۰ دیده می‌شود انطباق جالب توجهی بین این پتکانه با هسته مرکزی چیدمان آمان - بینکر و همچنین با ساختار هندسی آلیاژ Cr-Ni-Si وجود دارد. اما تفاوت‌های

بحث، از روش همپوشانی خوشه‌ای به دلیل قابلیت‌های فراوان آن استفاده نموده‌ایم. چنانچه گفتیم در این روش می‌بایست ابتدا خوشه‌هایی را تعریف نماییم و بر مبنای تداخل و همپوشانی خوشه‌ها سطح را پوشش دهیم.

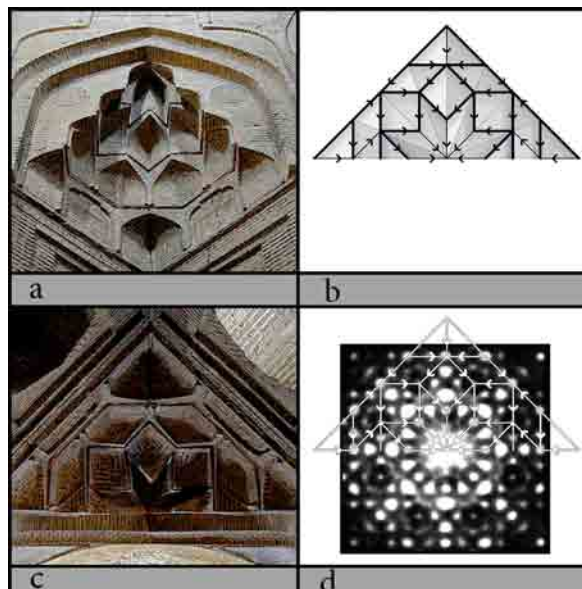
دوخوشه‌ای که برای این منظور تعریف نمودیم، دارای شباهت‌هایی با خوشه‌های پیشنهادی فرانزگالر هستند. این دو خوشه در تصویر پلان یکسان اما در سه بعدی متفاوت هستند (تصویر ۱۳). با بررسی روی پلان معکوس این پتکانه و کدگذاری همه واحدهای تکرار (تصویر ۱۴a) مشخص شد که، اصلی‌ترین واحدهای تکرار بکار رفته در این پتکانه، S_p ، R_p و R_o می‌باشند. این تنوع کم واحدهای تکرار سبب شکل‌گیری نوعی خلوص در این پتکانه شده است. البته تعدادی نیمه واحدهای پایه S_p نیز، در حاشیه پیرامونی وجود دارد که به دلیل انطباق با سطوح دیوار پیرامونی به کار برده شده‌اند. در تصویر ۱۴ b، پتکانه مزبور بر مبنای خوشه‌های A و B چیدمان شده است. در این چیدمان، خوشه‌ها گاهی در مجاورت هم و گاهی نیز دارای همپوشانی هستند، در خصوص

کرمانی در مجموعه شیخ احمد جام را به دلیل هندسه متکامل آن انتخاب نمودیم. این بنا براساس نسخه خطی مقامات اولاد شیخ جام در سال ۷۳۰ هجری قمری احداث شده است (حاجی قاسمی، ۱۳۸۹، ۲۱۲) (تصویر ۱۲).

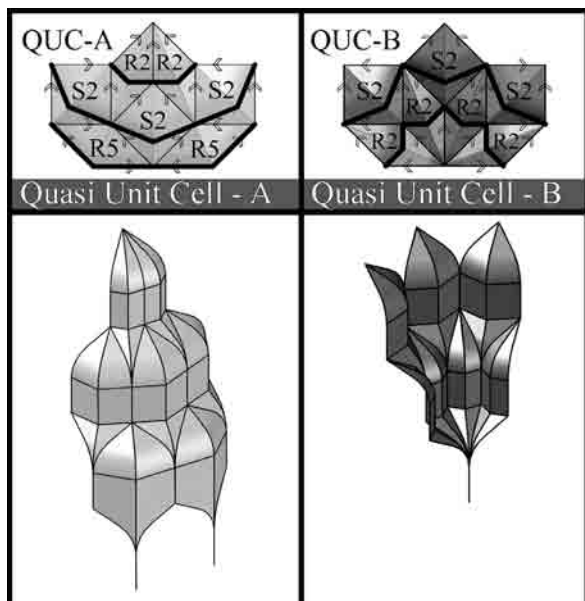
چنانچه در تصویر پلان معکوس این پتکانه مشخص است، این پتکانه دارای تقارن چهار محوریست (تصویر ۱۴a)، که این مسئله نشانگر اولین تعارض با اصول گسترش نظم شبه تناوبی هشت محوری است، چراکه در یک چیدمان شبه تناوبی هشت محوری در هر مرحله‌ای از رشد، زمینه می‌بایست دارای هشت محور تقارن باشد. در ادامه برای روشن شدن بیشتر موضوع به تحلیل و بررسی این نمونه براساس یکی از روش‌های توسعه نظم شبه تناوبی می‌پردازیم. توسعه نظم شبه تناوبی چنانچه گفتیم می‌بایست بر مبنای یکی از روش‌های مطرح شده در بخش ۱-۱ باشد. برای این منظور و جهت روشن شدن نحوه رشد و توسعه در پتکانه مورد



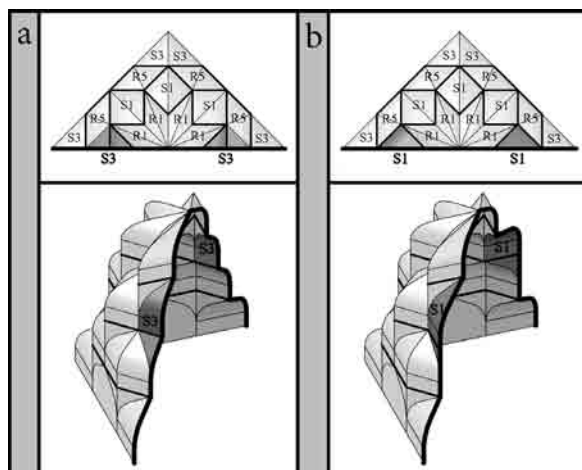
تصویر ۱۲- محراب مسجد کرمانی- مزار شیخ احمد جام.



تصویر ۱۰- a و c تصویر پتکانه مسجد جامع گلپایگان، b- پلان پتکانه، d- انطباق پلان پتکانه با تصویر پیراش پراگ آلیاز Cr-Ni-Si.



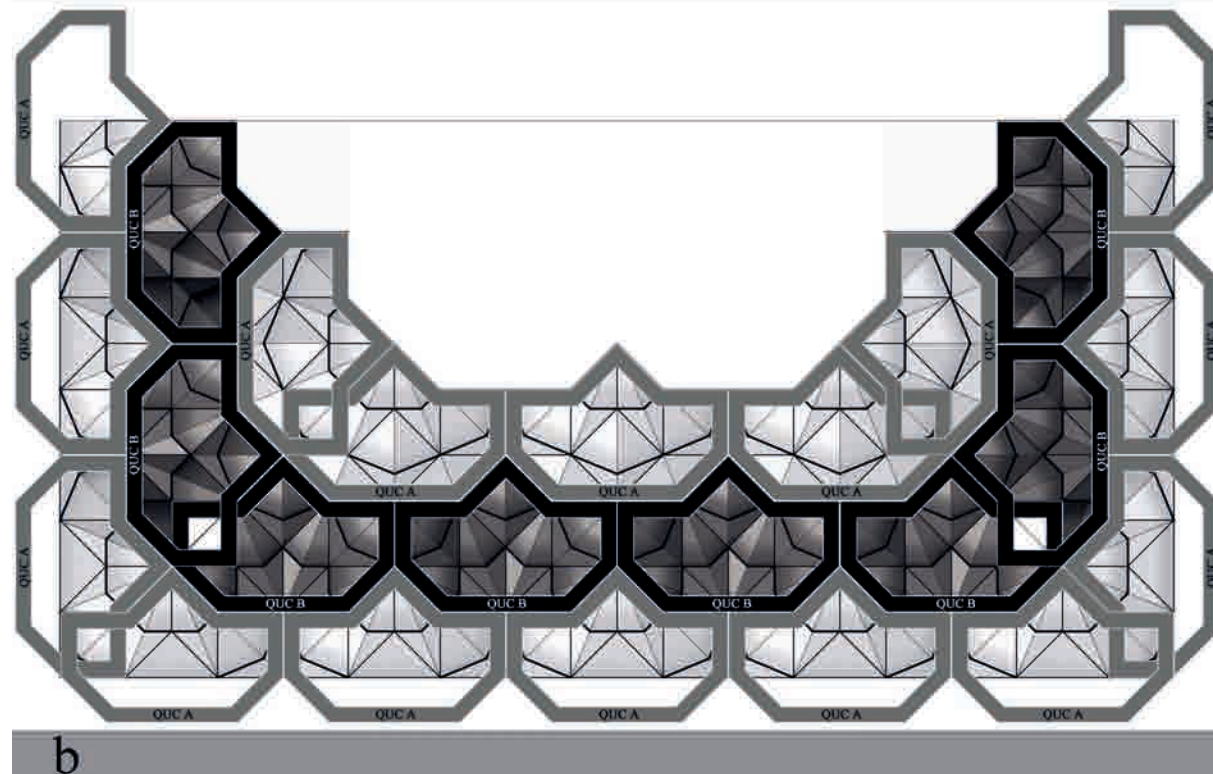
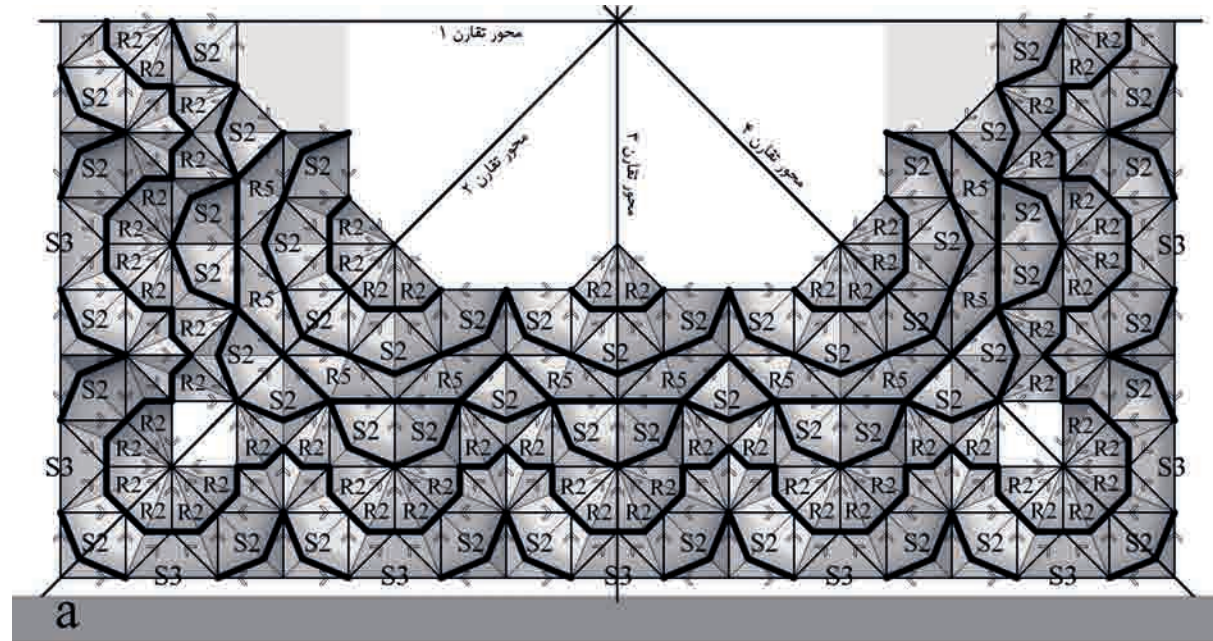
تصویر ۱۳- پلان و تصویر سه بعدی شبه واحد تکرار (خوشه) A و B.



تصویر ۱۱- استفاده از واحد تکرار S_3 (مسجد جامع گلپایگان)، b- استفاده از واحد تکرار S_1 .

خوشه‌های A، همپوشانی کاملاً بی نقص می‌باشد. با بررسی در محل همپوشانی خوشه‌های B در کنج‌ها (قسمت‌های سفید رنگ)، مشخص شد که در این محل‌ها از واحدهای تکرار S_p که می‌بایست استفاده می‌شد (مطابق با تصویر ۱۳)، استفاده نشده است. عناصر به کار گرفته شده در این قسمت، ترکیبی از طبقه تحتانی دو واحد تکرار S_p (تصویر ۱۵) می‌باشد. چنانکه میرهن است، استفاده از واحدهای تکرار S_p در محل همپوشانی غیرممکن است و لذا معماران ایرانی به روش خلاقانه‌ای، یک

عناصر ترکیبی ابداع نموده‌اند و با این کار مسئله انطباق پتکانه در زمینه چهارمحوری را حل نموده‌اند. چنانکه در جدول (۲) نشان داده شده است، همه واحدهای تکرار، دارای یک پایه هستند اما عنصر ترکیبی بررسی شده در تصویر ۱۵ دارای دو پایه است. نظیر این عنصر در همین موقعیت در بسیاری از نمونه‌های مشابه مانند، پتکانه گنبد سلطانیه، پتکانه ایوان جنوبی مسجد جامع ورامین و سایر پتکانه‌های مسجد کرمانی در مزار شیخ احمد جام، نیز وجود دارد.



تصویر ۱۴- a- کد گذاری پلان معکوس پتکانه محراب مسجد کرمانی در مزار شیخ احمد جام، بر مبنای جدول (۲) و b، خوشه بندی پتکانه مذکور بر مبنای شبه واحد تکرار (خوشه) A و B.

نتیجه

سوال اساسی تری که رخ می نماید اینست که؛ با توجه به اینکه پتکانه در هسته مرکزی خود دارای نظم شبه تناوبی است، چرا در توسعه و گسترش بر مبنای نظم شبه تناوبی رشد نمی نماید؟ پاسخ این سوال را باید در بررسی زمینه هایی که پتکانه در آنها اجرا شده جستجو نمود. زمینه اجرای پتکانه ها عموماً دارای تقارن چهارمحوری است و پتکانه در صورتی که بخواهد بر مبنای نظم شبه تناوبی هشت محوری رشد نماید دارای زمینه هشت ضلعی خواهد شد و لذا معماران ایرانی با انجام تغییراتی در ساختار هندسی بعضی واحدهای تکرار توانسته اند این انتظام هشت محوری را در زمینه های چهار محوری اجرا نمایند.

با توجه به این موضوع یافته های این تحقیق را می توان بدین ترتیب خلاصه نمود.

اولین یافته این تحقیق اثبات وجود نظم شبه تناوبی در ساختار هسته مرکزی پتکانه است. بنابراین می توان ادعا نمود که ایرانیان از دوره ایلخانی با اصول نظم شبه تناوبی هشت محوری آشنایی داشته اند. این ادعا، یافته پروفیسور لو، مبنی بر اینکه ایرانیان از دوره تیموری با این هندسه آشنایی داشته اند، را تا دوره ایلخانی توسعه می دهد.

دومین یافته این تحقیق، نشان دادن قابلیت پتکانه در تغییر تقارن هشت محوری هسته مرکزی، به تقارن چهارمحوری زمینه پیرامون است. این یافته تحقیق گویای تلفیق دو نظام هندسی متفاوت در معماری ایرانی است. نظام اول، نظام هندسی منطبق بر ساختار خرد مقیاس طبیعت می باشد که در اینجا در هسته مرکزی پتکانه ظاهر شده است (تصویر ۱۰). نظام دوم، نظام هندسی عملکردی واقع در پلان معماری است که عموماً مربع یا مستطیل است. نظام هندسی اول، در مورد پتکانه، هشت محوری و منطبق بر ساختار شبه بلورهاست و نظام هندسی دوم چهار محوری و بر مبنای هندسه عملکردی انسانی است. تنوع فوق العاده چپیره سازی های معماران ایرانی نشانگر تلاشی همیشگی برای مرتبط نمودن این دو نظام هندسی است.

نظم شبه تناوبی از جمله انتظام های خرد مقیاس موجود در عالم طبیعت است که معماران ایرانی از قدیم الایام با آن آشنایی داشته اند و به دو صورت دو بعدی (گره چینی) و فضاکار (پتکانه) از آن استفاده نموده اند. این نظم در دوره معاصر توسط دانشمندان ریاضی، شیمی و فیزیک مورد بررسی های فراوانی قرار گرفته و به صورت مدونی سازمان دهی شده است. در این تحقیق به دنبال اثبات علمی وجود این نظم در ساختار هندسی پتکانه هستیم.

در این راستا برای پاسخ گویی به سوال تحقیق مبنی بر اینکه، آیا در ساختار هندسی پتکانه نظم شبه تناوبی هشت محوری وجود دارد، باید گفت که پتکانه در ویژگی های ذیل با چیدمان های شبه تناوبی هشت محوری مشابهت دارد.

الف- واحدهای تکرار مشابه (مقایسه جدول ۱ و ۲ با تصویر ۳، a)

ب- هسته مرکزی مشابه با چیدمان های هشت محوری (مقایسه تصویر ۱۰ با تصویر ۳، a)

ج- امکان خوشه بندی بر اساس اصول روش همپوشانی خوشه ای (تصویر ۱۴، b).

بهره مندی از این تشابهات بر ما روشن می سازد که پتکانه در هسته مرکزی خود دارای نظم شبه تناوبی هشت محوری است و همچنین پتانسیل رشد بر مبنای نظم شبه تناوبی را نیز دارد. با وجود بهره مندی از ویژگی های فوق، بررسی های صورت گرفته در سطح سوم تشابه در نهایت ما را به این نتیجه می رساند که اولاً، بسیاری از پتکانه ها در ساختار توسعه یافته خود دارای تقارن چهار محوری هستند که این موضوع با اصول توسعه و گسترش نظم شبه تناوبی در تعارض است. ثانیاً وجود عناصر ترکیبی نمایش داده شده در تصویر ۱۵، در واقع به منزله عدم رعایت اصول نظم شبه تناوبی است و در مجموع باید گفت نمونه مطرح شده و بسیاری از نمونه های بررسی شده دیگر در توسعه و گسترش خود از اصول و روش های رشد شبه تناوبی تبعیت ننموده اند.

پی نوشت ها

- 5 Ning Wang.
- Unit cell (واحد تکرار)، Inflation Factor (ضریب انبساط)، Substitution Matrix (ماتریس جانشینی)، $\varphi = (\sqrt{5} + 1)/2$.
- Quasi Unit Cell_QUC (شبه واحد تکرار)، Cluster (خوشه)، ۸.
- پترا گاملت (Petra Gummelt) ریاضی دان آلمانی، ۹.
- 10 Franz Gähler.
- ۱۱ غیاث الدین جمشید کاشانی در رساله طاق و ازج از واژه مقرنس سخن گفته و نامی از پتکانه نیاورده است و به نظر می رسد واژه پتکانه در آن زمان کاربرد نداشته است. اما با توجه به استفاده استاد پیرنیا از واژه پتکانه ما نیز به تبعیت از ایشان از همین نام برای این گونه استفاده نموده ایم.
- ۱۲ کاشانی در رساله خود آنچه را که ما در این نوشتار واحد تکرار نامیدیم،

- ۱ راجر پنروز (Sir Roger Penrose, 1931) فیزیکدان و ریاضی دان برجسته انگلیسی است.
- ۲ شبه بلور (Quasicrystal) اختصاری از واژه بلور شبه تناوبی (Quasiperiodic Crystal) می باشد.
- ۳ Matching rule (روش تطبیقی)، Inflation rule or Self-Similar transformation rule (روش پوشش خودمتشابه)، Covering rule (روش همپوشانی خوشه ای)، Projection rule (روش تصویر کردن)، Dual grid rule (روش شبکه دوگانه).
- ۴ در سال ۱۹۷۷ روبرت آمان (Robert Ammann) چندین نمونه از شبکه های شبه تناوبی را یافت که شبکه آمان بینکر تصویر معروف ترین آنهاست. در ۱۹۸۲ بینکر (F. P. M. Beenker) بعضی خصوصیات جبری را در مورد این شبکه بیان نمود و همچنین روش ایجاد آن را با استفاده از روش تصویر کردن بیان نمود.

Bindi, L., Steinhart, P.J., Yao, N., and Lu, P.J. (2009), Natural Quasicrystals, *Science*, Vol 324, No 5932, 1306_1309.

F. Gahler and Hyeong-Chai Jeong (1995), Quasicrystalline ground States Without matching rules, *Journal of Physics A, Mathematical and General*, Volume 28, Number 7, P 1807.

Harmsen, S. (2006), *Algorithmic Computer Reconstructions of Stalactite Vaults _ Muqarnas _ in Islamic Architecture*, Ph.D. Thesis, University of Heidelberg.

Hoeven, S., and Veen, M. (2010), *Muqarnas: Mathematics in Islamic Arts*, Seminar Mathematics in Islamic Arts, Utrecht University, Faculty of Science, Department of Mathematics.

Jeong, Hyeong-Chai (2003), Inflation rule for Gummelt coverings with decorated decagons and its implication to quasi-unit-cell models, *Acta crystallographica. Section A: Foundations of crystallography*, Vol 59, No 4, 361-6.

Liao et al (2010), Quasi-unit cell description of two-dimensional, *octagonal quasilattice*, Vol 405, No 3, 875-879.

Liao, long, Fu, Xiujun, (2008), Structural properties of octagonal quasicrystal based on covering theory, *Solid State Communications*, Vol 146, Issue 1, PP 35-38.

Lu J. Peter and Paul J. Steinhart (2007), Decagonal and Quasi-crystalline Tiling's in Medieval Islamic Architecture, *Science*, Vol. 315, pp. 1106-1110.

N. Wang, H. Chen, K.H. Kuo (1987), "Two-dimensional quasicrystal with eightfold rotational symmetry", *Phys. Rev. Lett*, 59, pp 1010_1013.

Shechtman, D and I. Blech (1984), Metallic Phase with Long-Range Orientational Order and No Translational Symmetry, *Physical Review Letters*, Vol 53, No 20, 1951-1953.

Steinhart J. Paul and Stellan Ostlund (1987), *The Physics of Quasicrystals*, World Scientific Publishing, Singapore, p 1-15.

Steurer, W. (2004), Twenty years of structure research on quasicrystals. Part I. Pentagonal, octagonal, decagonal and dodecagonal quasicrystals, *Zeitschrift für Kristallographie*, 219, 391_446.

<http://tilings.math.uni-bielefeld.de>

خانه نامیده است. در متون محققین غربی نیز واحد های تکرار تحت عنوان سلول نامیده می شود.

۱۳ شکل قوس به کار رفته در ساختار واحد تکرار (خانه) را کاشانی در رساله طاق و ازج ترسیم نموده است اما در بسیاری از نمونه هایی که مورد بررسی قرار دادیم، قوس و ارتفاع آنها منطبق بر ترسیم کاشانی نیست لذا در این نوشتار از ارائه شکل قوس صرفه نظر نمودیم.

14 Square Muqarnas , Pole table Muqarnas و Other styles of Muqarnas. www.tamabi.ac.jp/idd/shiro/muqarnas.

۱۵ پتکانه زیر گنبد بابا قاسم اصفهان، پتکانه یکی از چشمه طاقت های مسجد جامع اصفهان، پتکانه زیر گنبد مسجد جامع ورزنه و پتکانه های کار شده در داخل گوشه سازی های مسجد جامع گلپایگان.

فهرست منابع

پیر نیا، محمد کریم (۱۳۷۰)، گنبد در معماری ایران، مجله اثر، شماره ۲۰، صص ۵-۱۵۳.

• بزنوان، رولان (۱۳۷۹)، فن آوری طاق در خاور کهن، ترجمه سید محسن حبیبی، انتشارات سازمان میراث فرهنگی، تهران.

• حاجی قاسمی، کامبیز (۱۳۸۳)، گنجنامه، مساجد جامع، دفتر هشتم، انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، انتشارات روزنه، تهران.

• حاجی قاسمی، کامبیز (۱۳۸۹)، گنجنامه، امام زاده ها و مقابر، دفتر یازدهم، انتشارات دانشگاه شهید بهشتی، انتشارات روزنه، تهران.

• رئیس زاده، مهناز و حسین مفید (۱۳۷۴)، احیای هنرهای از یاد رفته، انتشارات مولی، تهران.

• کاشانی، غیاث الدین جمشید (۱۳۶۶)، رساله طاق و ازج، ترجمه و تحشیه سید علیرضا جذبی، انتشارات سروش، تهران.

• محمدیان منصور، صاحب و سینا فرامرزی (۱۳۹۱)، مقایسه نظم شبه تناوبی شاه گره با ساختار شبه بلوری سیلیکون، مجله هنرهای زیبا تجسمی، شماره ۵۰، صص ۶۹-۸۰.

Baake M, Grimm U and Moody R V (2002), *What is aperiodic order*, order? <http://arxiv.org/pdf/math.Ho/0203252,64-74>.

Bamberg, John, Grant Cairns and Devin Kilminster (2003), The crystallographic restriction, permutations, and Goldbach's conjecture, *American Mathematical Monthly*, vol 110, p202_209.